

## Chapitre 9

### Échangeurs de chaleur

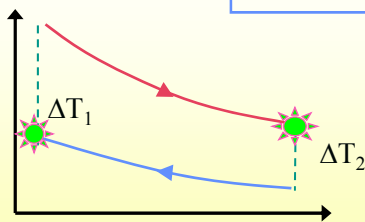
*(Troisième et dernière partie)*

#### 👉 Méthode DTLM

Elle implique nécessairement la connaissance des températures du système.

$$q = U A (\Delta T_{LM})_{CC} F_t$$

$$DTLM = \Delta T_{LM} = \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\ln \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$



Méthode avec Nombre d'Unité de Transfert NTU  
(Rating)

Si on veut résoudre le problème suivant:

Soit un échangeur pour lequel  $A, U$  sont connus

et deux fluides  $\begin{cases} T_{ch, in} \text{ et débit connus} \\ T_{fr, in}, \text{ et débit connus} \end{cases}$

Quelles sont les  $\begin{cases} T_{ch, out} \\ T_{fr, out} \end{cases}$  ???

⇒ Itération(s) sur  $T$  nécessaire avec DTLM.  
 ⇒ Méthode directe avec NTU

Quantité maximum de chaleur transférable  $q_{max}$  ( $= mC_p \Delta T$ )

- Le fluide dont le produit  $C = mC_p$  est le plus faible va subir le  $\Delta T$  le plus grand.

$$C_{min} = \text{minimum} \left[ (m_{fr} C_{p,fr}), (m_{ch} C_{p,ch}) \right]$$

- Dans le système, le  $\Delta T$  maximal est  $(T_{ch}^i - T_{fr}^i)$
- Dans le cas d'un échangeur infiniment long,  $q_{max}$

$$q_{max} = C_{min} (T_{ch}^i - T_{fr}^i)$$

## Efficacité de l'échangeur, $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} \begin{cases} = \frac{C_{\text{fr}} (T_{\text{fr}}^0 - T_{\text{fr}}^i)}{C_{\min} (T_{\text{ch}}^i - T_{\text{fr}}^i)} \\ = \frac{C_{\text{ch}} (T_{\text{ch}}^i - T_{\text{ch}}^o)}{C_{\min} (T_{\text{ch}}^i - T_{\text{fr}}^i)} \end{cases}$$

Chaleur échangée

$$\text{NTU} = \frac{UA}{C_{\min}}$$

On peut démontrer que (Kays & London) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = f\left(\text{NTU}, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \\ \text{NTU} = g\left(\varepsilon, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \end{array} \right.$$

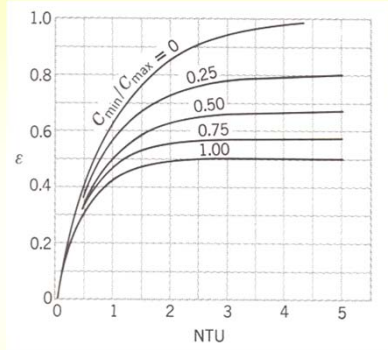
Voir p. 9.29 et 9.30

**Table 11.3** Heat exchanger effectiveness relations [5]

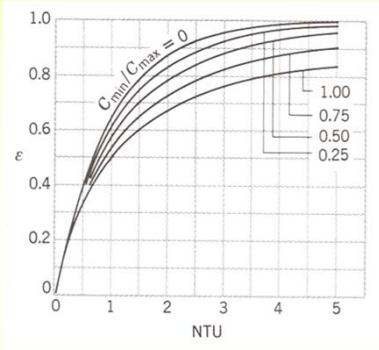
FLOW ARRANGEMENT	RELATION	
Concentric tube		
Parallel flow	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.29a)
Counterflow	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-NTU(1 - C_r)]}$	(11.30a)
Shell and tube		
One shell pass (2, 4, ... tube passes)	$\epsilon_1 = 2 \left\{ 1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \right. \\ \left. \times \frac{1 + \exp[-NTU(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-NTU(1 + C_r^2)^{1/2}]} \right\}^{-1}$	(11.31a)
$n$ Shell passes (2n, 4n, ... tube passes)	$\epsilon = \left[ \left( \frac{1 - \epsilon_1 C_r}{1 - \epsilon_1} \right)^n - 1 \right] \left[ \left( \frac{1 - \epsilon_1 C_r}{1 - \epsilon_1} \right)^n - C_r \right]^{-1}$	(11.32a)
Cross flow (single pass)		
Both fluids unmixed	$\epsilon = 1 - \exp \left[ \left( \frac{1}{C_r} \right) (NTU)^{0.22} \{ \exp[-C_r (NTU)^{0.78}] - 1 \} \right]$	(11.33)
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$\epsilon = \left( \frac{1}{C_r} \right) (1 - \exp \{ -C_r [1 - \exp(-NTU)] \})$	(11.34a)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$\epsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1} \{ 1 - \exp[-C_r (NTU)] \})$	(11.35a)
All exchangers ( $C_r = 0$ )	$\epsilon = 1 - \exp(-NTU)$	(11.36a)

**Table 11.4** Heat exchanger NTU relations

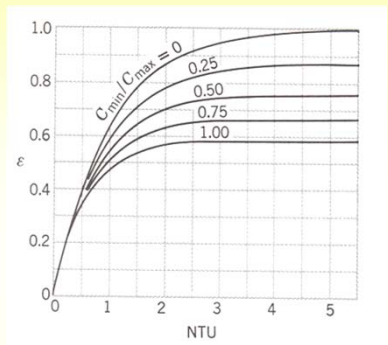
FLOW ARRANGEMENT	RELATION	
Concentric tube		
Parallel flow	$NTU = -\frac{\ln[1 - \epsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.29b)
Counterflow	$NTU = -\frac{1}{C_r - 1} \ln \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon C_r - 1} \right)$	(11.30b)
Shell and tube		
One shell pass	$NTU = -(1 + C_r^2)^{-1/2} \ln \left( \frac{E - 1}{E + 1} \right)$	(11.31b)
(2, 4, ... tube passes)	$E = \frac{2/\epsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$	(11.31c)
$n$ Shell passes	Use Equations 11.31b and 11.31c with	
(2n, 4n, ... tube passes)	$\epsilon_1 = \frac{F - 1}{F - C_r}, F = \left( \frac{\epsilon C_r - 1}{\epsilon - 1} \right)^{1/n}$	(11.32b, c)
Cross flow (single pass)		
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$NTU = -\ln \left[ 1 + \left( \frac{1}{C_r} \right) \ln(1 - \epsilon C_r) \right]$	(11.34b)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$NTU = -\left( \frac{1}{C_r} \right) \ln [C_r \ln(1 - \epsilon) + 1]$	(11.35b)
All exchangers ( $C_r = 0$ )	$NTU = -\ln(1 - \epsilon)$	(11.36b)



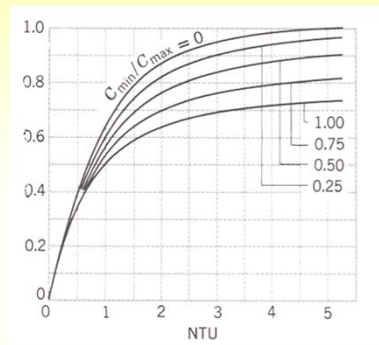
**Figure 11.14** Effectiveness of a parallel-flow heat exchanger (Equation 11.29).



**Figure 11.15** Effectiveness of a counterflow heat exchanger (Equation 11.30).



**Figure 11.16** Effectiveness of a shell-and-tube heat exchanger with one shell and any multiple of two tube passes (two, four, etc. tube passes) (Equation 11.31).



**Figure 11.17** Effectiveness of a shell-and-tube heat exchanger with two shell passes and any multiple of four tube passes (four, eight, etc. tube passes) (Equation 11.32 with  $n = 2$ ).

### Exercice sur la méthode des NTU: exercice 9.2

Un échangeur à contre courant a une surface de  $A=12.5$  m<sup>2</sup> et un coefficient global  $U=400$  W/m<sup>2</sup>/°C.

On l'utilise pour refroidir un débit de 2 kg/s d'une huile à 100°C ( $C_{P,H}=2000$  J/kg/K) avec un débit de 0.48 kg/s d'une eau à  $T_E=20$ °C ( $C_{P,E}=4170$  J/kg/K).

Calculer les températures de sortie des deux fluides ?

### solutionnaire

$$C_{huile} = 2 \cdot 2000 = 4000 \quad C_{eau} = 0.48 \cdot 4170 = 2002$$

$$C_{min} = 2002 \quad \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{2002}{4000} = 0.5$$

$$NTU = \frac{U A}{C_{min}} = \frac{12.5 \cdot 400}{2002} = 2.5 \quad \text{p. 9.30 Graphe 11.15} \\ \Rightarrow \varepsilon = 0.83$$

$$\varepsilon = \frac{C_{eau} (T_{eau}^0 - T_{eau}^i)}{C_{min} (T_{huile}^i - T_{eau}^i)} = \frac{(T_{eau}^0 - 20)}{(100 - 20)} = 0.83 \Rightarrow T_{eau}^0 = 86.6^\circ C$$

$$q = C_{eau} (T_{eau}^0 - T_{eau}^i) = 2002 (86.6 - 20) = 133309$$

$$q = C_{huile} (T_{huile}^i - T_{huile}^0) = 4000 (100 - T_{huile}^0) = 133309$$

$$\Rightarrow T_{huile}^0 = 66.7^\circ C$$

## Itérations (Solveur) avec DTLM

1. Entrée des données
2. Estimé initial de Teau en sortie
3. Calcul de q, Thuille sortie, DTLM

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		U	400							
2		A	12.5							
3										
4	huile	mh	2							
5		cph	2000							
6										
7	eau	me	0.48							
8		cpe	4170							
9										
10		Th_in	100							
11		Te_in	20							
12										
13		Te_out	99							
14										
15		qe	158126.4							
16		Th_out	60.4684							
17										
18		dtlm	10.6656321							
19		qu	53328.1604							
20										
21										
22										
23		delta	104798.24							
24										

Variante de la méthode NTU avec itération sur LMTD

Formule:

$me \cdot cpe \cdot (Te_{out} - Te_{in})$

$(- ) qe / cph / mh + Th_{in}$

$(ABS(Th_{in} - Te_{out}) - ABS(Th_{out} - Te_{in})) / LN(ABS(Th_{in} - Te_{out}) / ABS(Th_{out} - Te_{in}))$

$U^* A \cdot dtlm$

**Minimiser delta = ABS(qu - qe) en variant Te\_out**

## 4. Itération sur Teau, sortie Cellule à minimiser avec le Solveur

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		U	400							
2		A	12.5							
3										
4	huile	mh	2							
5		cph	2000							
6										
7	eau	me	0.48							
8		cpe	4170							
9										
10		Th_in	100							
11		Te_in	20							
12										
13		Te_out	99							
14										
15		qe	158126.4							
16		Th_out	60.4684							
17										
18		dtlm	10.6656321							
19		qu	53328.1604							
20										
21										
22										
23		delta	104798.24							
24										

Variante de la méthode NTU avec itération sur LMTD

**Paramètres du solveur**

Cellule cible à définir: **\$C\$23**

Égale à:  Max  Min  Valeur: 0

Cellules variables: **\$C\$13**

Contraintes:

Résoudre Fermer

Eroposer Options

Ajouter Modifier Rétablir

Supprimer Aide

S(Th\_out - Te\_in)

**Minimiser delta = ABS(qu - qe) en variant Te\_out**

## 5. convergence OK

Teau=86.6°C

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		U	400							
2		A	12.5							
3										
4	huile	mh	2							
5		cph	2000							
6										
7	eau	me	0.48							
8		cpe	4170							
9										
10		Th_in	100							
11		Te_in	20							
12										
13		Te_out	86.6012948							
14										
15					Formule:					
16		qe	133309.152							
17		Th_out	66.6727121							
18										
19		dtlm	26.6618304							
20		qu	133309.152							
21										
22										
23		delta	0.00021224							
24										

Variante de la méthode NTU avec itération sur LMTD

Formule:

$me \cdot cpe \cdot (Te_{out} - Te_{in})$   
 $(- ) qe / cph / mh + Th_{in}$

$(ABS(Th_{in} - Te_{out}) - ABS(Th_{out} - Te_{in})) / LN(ABS(Th_{in} - Te_{out}) / ABS(Th_{out} - Te_{in}))$   
 $U \cdot A \cdot dtlm$

Minimiser delta = ABS(qu - qe) en variant Te\_out