

Chapitre 11

Nombre d'étages théoriques dans les systèmes immiscibles

Dans un grand nombre de cas, **solvant et diluant sont immiscibles**. Seul le soluté transfère du raffinat vers l'extrait.

L'utilisation des variables X et Y définies au paragraphe 9.2 devient alors très intéressante car les débits de diluant et de solvant sont constants tout au long du processus d'extraction.

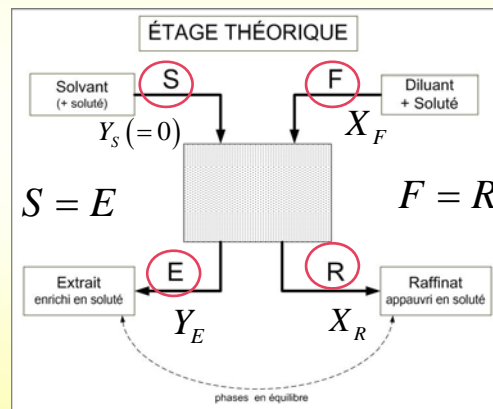
$$X = \left[\frac{m_B}{m_A} \right]_{\text{raffinat}} = \frac{\text{kg de soluté dans le raffinat}}{\text{kg de diluant dans le raffinat}} \quad Y = \left[\frac{m_B}{m_C} \right]_{\text{extrait}} = \frac{\text{kg de soluté dans l'extrait}}{\text{kg de solvant dans l'extrait}}$$

ou

$$X = \left[\frac{n_B}{n_A} \right]_{\text{raffinat}} = \frac{\text{moles de soluté dans le raffinat}}{\text{moles de diluant dans le raffinat}} \quad Y = \left[\frac{n_B}{n_C} \right]_{\text{extrait}} = \frac{\text{moles de soluté dans l'extrait}}{\text{moles de solvant dans l'extrait}}$$

10.1 Extraction sur un étage

- Appellons F et S les débits massiques (ou molaires) de diluant et de solvant des courants qui entrent dans l'étage (**ces débits ne tiennent pas compte du soluté**).
- Les concentrations en soluté sont exprimées par les rapports massiques (ou molaire) X_F (soluté/diluant) et Y_S (soluté/solvant) (pour un solvant pur: $Y_S=0$).



diluant solvant immiscibles

Bilans de matière / solvant ou diluant: $F = R$ et $S = E$

Bilan de matière / soluté:

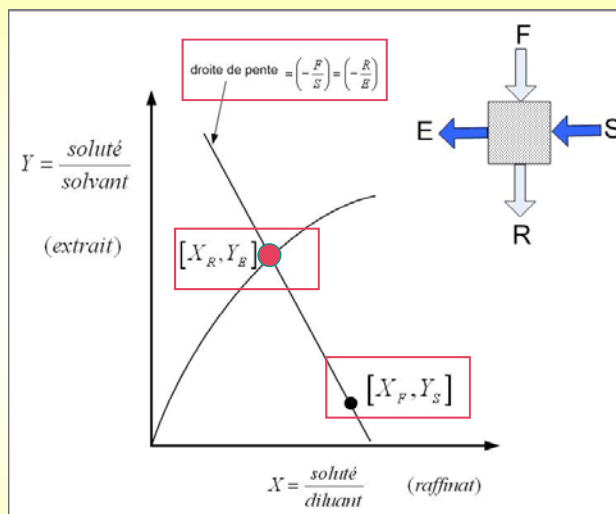
$$FX_F + SY_S = EY_E + RX_R$$

$$\Rightarrow F(X_F - X_R) = S(Y_E - Y_S)$$

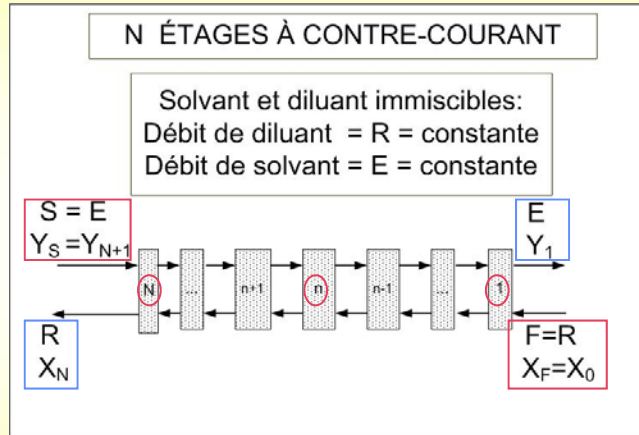
$$Y_E = -\left(\frac{F}{S}\right)X_R + \left(\frac{F}{S}\right)X_F + Y_S \quad [11.3]$$

• L'équation [11.3] indique que les compositions d'équilibre (X_R, Y_E) en sortie de l'étage vérifient l'équation d'une droite passant par le point (X_F, Y_S) de pente $(-F/S)$.

• Les courants sortant vérifient aussi la relation d'équilibre thermodynamique, pour trouver graphiquement les compositions de sortie, il suffit de déterminer l'intersection de la courbe d'équilibre avec la droite d'équation [11.3]



11.2 Extraction à contre-courant: méthode de Mc Cabe et Thiele



Bilan en soluté sur tout le système:

$$RX_0 + EY_{N+1} = RX_N + EY_1$$

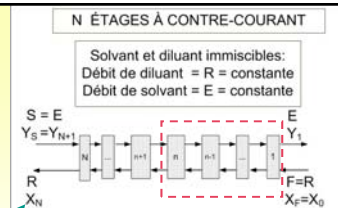
$$\Rightarrow \frac{R}{E} = \frac{Y_1 - Y_{N+1}}{X_0 - X_N} \quad [11.4]$$

[11.4] → la droite passant par les points $[X_N, Y_{N+1}]$ et $[X_0, Y_1]$ à une pente égale à (R/E) . Ces points ainsi définis correspondent aux courants qui se croisent aux extrémités de l'extracteur.

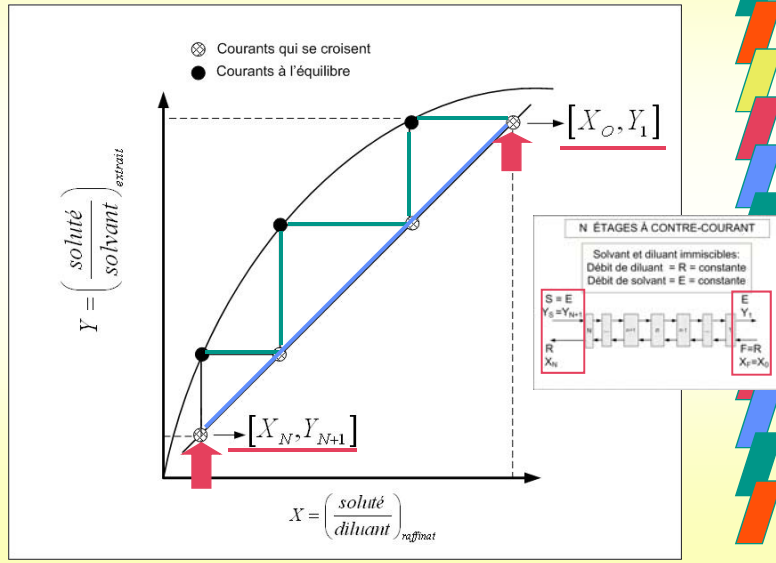
Bilan entre les étages 1 et n: $RX_0 + EY_{n+1} = RX_n + EY_1$

$$\Rightarrow Y_{n+1} = \left(\frac{R}{E}\right)X_n + \left(\frac{EY_1 - RY_0}{E}\right) \quad [11.5]$$

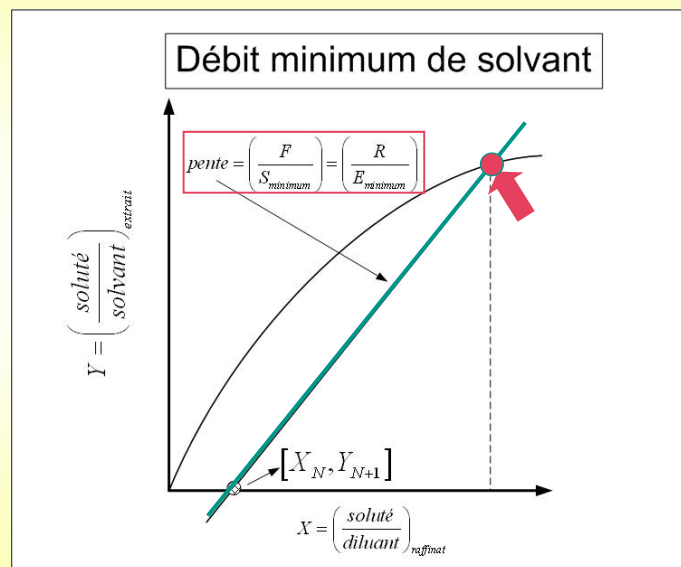
[11.5] → les compositions des courants qui se croisent entre deux étages vérifient l'équation d'une droite qu'on appelle **la droite opératoire** de pente (R/E) .



- Pour $n=N$, le point $[X_N, Y_{N+1}]$ vérifie l'équation de la droite opératoire. Il en est de même pour le point $[X_0, Y_1]$.
- Les courants qui sortent d'un étage sont sur la courbe d'équilibre : la résolution graphique est similaire à la méthode de McCabe et Thiele



Débit minimum de solvant: pour un nombre infini d'étages qui s'observe lorsque la droite opératoire rencontre la courbe d'équilibre



10.3 Extraction à contre-courant: relation de Kremser

Il est possible d'obtenir une solution analytique à l'extraction en contre-courant, dans le cas où la relation d'équilibre thermodynamique est une droite: $Y^*=mX$.

Bilan matière sur l'étage 1:

$$RX_0 + EY_2 = RX_1 + EY_1$$

et $Y_1 = mX_1$

$$RX_0 + EY_2 = R \left(\frac{Y_1}{m} \right) + EY_1$$

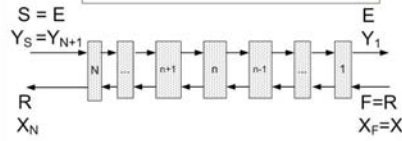
$$\Rightarrow Y_1 \left(E + \frac{R}{m} \right) = RX_0 + EY_2 \Rightarrow Y_1 \left(1 + \frac{R}{mE} \right) = \frac{R}{E} X_0 + Y_2$$

$$A = \left(\frac{R}{mE} \right)$$

Facteur d'extraction

N ÉTAGES À CONTRE-COURANT

Solvant et diluant immiscibles:
Débit de diluant = R = constante
Débit de solvant = E = constante



$$Y_1 = \frac{Y_2 + mA X_0}{A + 1}$$

Étage 1:

$$Y_1 = \frac{Y_2 + mA X_0}{A + 1} \quad Y_1 = mX_1$$

De même pour l'étage 2 :

$$Y_2 = \frac{Y_3 + mA X_1}{A + 1} = \frac{Y_3 + AY_1}{A + 1}$$

$$Y_2 (A + 1) = Y_3 + AY_1 \Rightarrow Y_2 (A + 1) = Y_3 + A \left(\frac{Y_2 + mA X_0}{A + 1} \right)$$

$$\Rightarrow Y_2 = \frac{(A + 1)Y_3 + mA^2 X_0}{A^2 + A + 1}$$

$$\Rightarrow (A - 1)Y_2 = \frac{(A - 1)(A + 1)Y_3 + (A - 1)mA^2 X_0}{(A^2 + A + 1)}$$

$$\Rightarrow Y_2 = \frac{(A - 1)(A + 1)Y_3 + (A - 1)mA^2 X_0}{(A - 1)(A^2 + A + 1)} = \frac{(A^2 - 1)Y_3 + A^2 (A - 1)mX_0}{(A^3 - 1)}$$

$$Y_2 = \frac{(A^2 - 1)Y_3 + A^2(A - 1)mX_0}{(A^3 - 1)}$$

On peut poursuivre cette approche jusqu'à l'étage N pour obtenir la relation

$$Y_N = \frac{(A^N - 1)Y_{N+1} + A^N(A - 1)mX_0}{(A^{N+1} - 1)}$$

Un bilan sur l'ensemble donne

$$RX_0 + EY_{N+1} = RX_N + EY_1 \Rightarrow R(X_0 - X_N) = E(Y_1 - Y_{N+1})$$

$$\Rightarrow R\left(X_0 - \frac{Y_N}{m}\right) = E(Y_1 - Y_{N+1}) \Rightarrow \frac{R}{mE}(mX_0 - Y_N) = Y_1 - Y_{N+1}$$

$$\Rightarrow A(mX_0 - Y_N) = Y_1 - Y_{N+1} \Rightarrow Y_N = \frac{Y_{N+1} - Y_1}{A} + mX_0$$

N ÉTAGES À CONTRE-COURANT

Solvant et diluant immiscibles:
Débit de diluant = R = constante
Débit de solvant = E = constante

$$Y_N = \frac{Y_{N+1} - Y_1}{A} + mX_0 = Y_N = \frac{(A^N - 1)Y_{N+1} + A^N(A - 1)mX_0}{(A^{N+1} - 1)}$$

$$\frac{Y_{N+1} - Y_1}{A} + mX_0 = \frac{(A^N - 1)Y_{N+1} + A^N(A - 1)mX_0}{(A^{N+1} - 1)} \times A(A^{N+1} - 1)$$

$$(A^{N+1} - 1)(Y_{N+1} - Y_1) + A(A^{N+1} - 1)mX_0 = A(A^N - 1)Y_{N+1} + A A^N(A - 1)mX_0$$

$$(A^{N+1} - 1)(Y_{N+1} - Y_1) = (A^{N+1} - A)Y_{N+1} + A^{N+1}(A - 1)mX_0 - (A^{N+2} - A)mX_0$$

$$(A^{N+1} - 1)(Y_{N+1} - Y_1) = (A^{N+1} - A)Y_{N+1} + \cancel{A^{N+2}mX_0} - \cancel{A^{N+1}mX_0} - \cancel{A^{N+2}mX_0} + AmX_0$$

$$(A^{N+1} - 1)(Y_{N+1} - Y_1) = (A^{N+1} - A)Y_{N+1} - (A^{N+1} - A)mX_0$$

$$(A^{N+1} - 1)(Y_{N+1} - Y_1) = (A^{N+1} - A)(Y_{N+1} - mX_0)$$

$$\frac{Y_{N+1} - Y_1}{Y_{N+1} - mX_0} = \frac{A^{N+1} - A}{A^{N+1} - 1} \quad [11.11]$$

[11.11]: une des formes de la relation de Kremser (ou Kremser-Brown) qui relie le nombre d'étages, N, aux concentrations d'entrée et de sortie

$$\frac{Y_{N+1} - Y_1}{Y_{N+1} - mX_0} = \frac{A^{N+1} - A}{A^{N+1} - 1} \quad [11.11]$$

• A et N étant connus, [11.11] permet le calcul des concentrations en sortie.

• A et les concentrations étant connus, on calcule de N:

$$N = \frac{\text{Log} \left[\left(\frac{A-1}{A} \right) \left(\frac{Y_{N+1} - mX_0}{Y_1 - mX_0} \right) + \frac{1}{A} \right]}{\text{Log}(A)} \quad [11.12]$$

10.4 Séparation de deux solutés

• On s'est intéressé jusqu'à maintenant au cas où l'on sépare un seul soluté. Il est possible d'utiliser l'extraction pour des situations plus complexes.

• Dans l'exemple, ci-contre, on souhaite séparer deux solutés B et C d'un courant d'alimentation. Pour ce faire on utilise deux solvants immiscibles, A et D, qui respectivement solubilisent préférentiellement B et C.

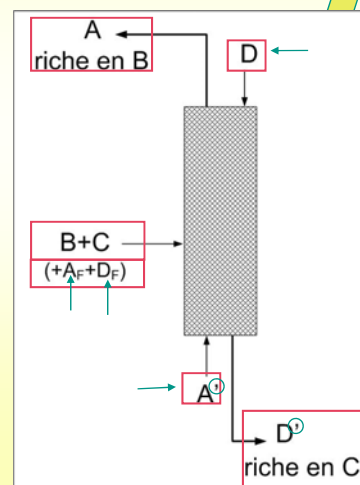
• Le courant sortant en tête A est riche en B alors que le courant D' en pied est riche en C.

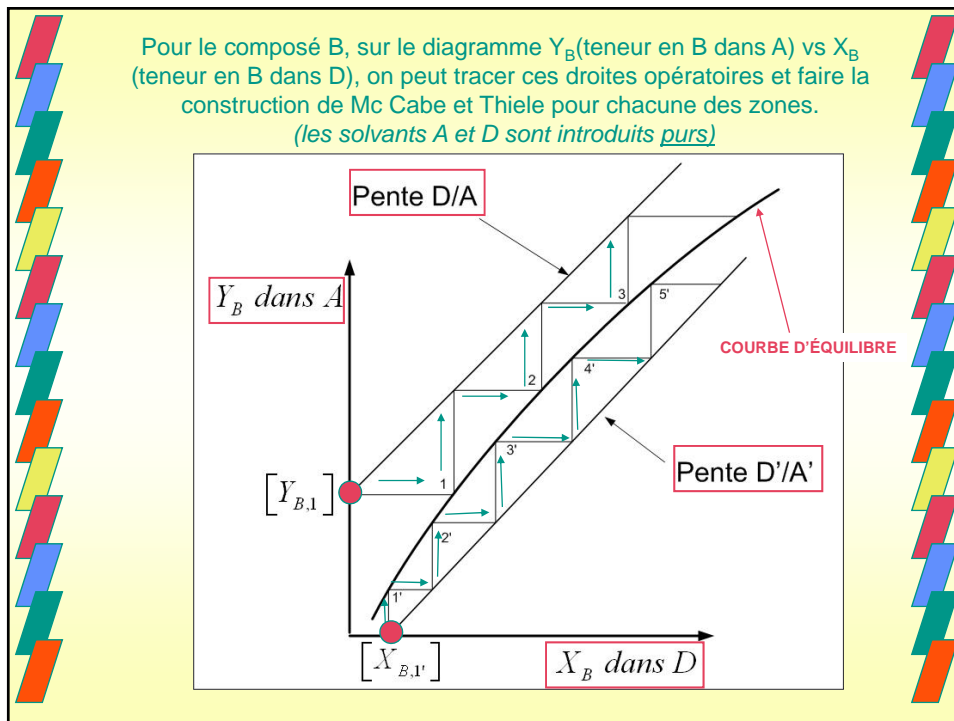
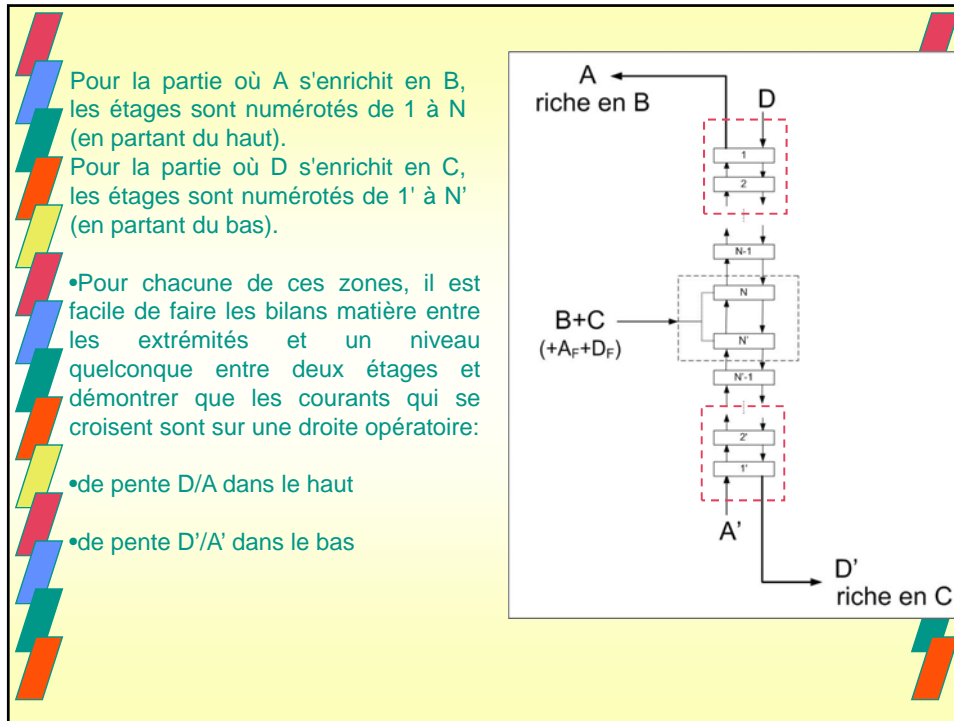
• L'alimentation peut se composer d'un mélange binaire B-C mais elle peut contenir aussi une certaine quantité de A (A_F) ou de D (D_F) (rarement il y aura simultanément A et D).

• Pour des solvants immiscibles, on a donc:

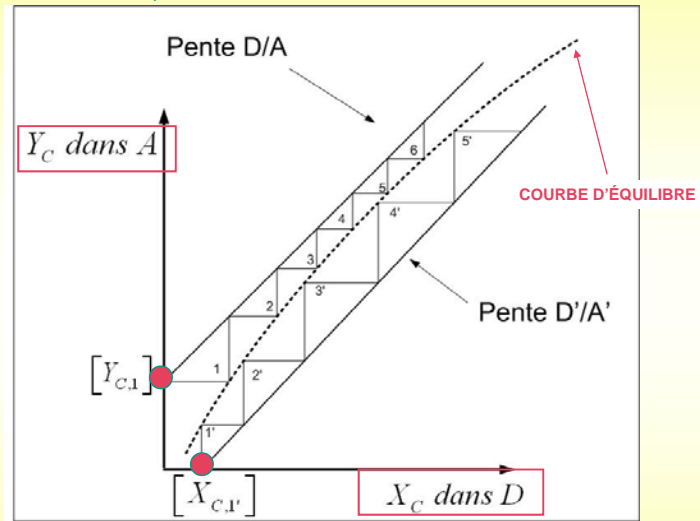
$$A = A' + A_F$$

$$D' = D + D_F$$





Il en est de même pour le composé C (dont le diagramme d'équilibre est différent de celui de A).

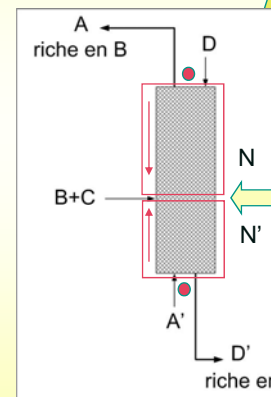


Dans l'exemple, les solvants A et D sont introduits purs dans l'extracteur (ce qui explique les positions sur les axes X et Y des courants d'entrées).

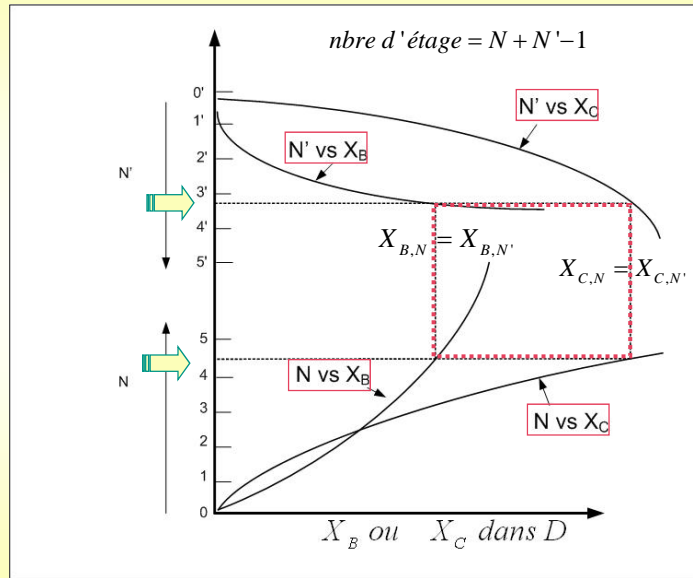
- Les constructions étant amorcées, il reste à déterminer à quel endroit les deux zones vont se rejoindre (afin d'identifier la zone d'alimentation)
- Il faut donc trouver les valeurs de N et N' telles que les compositions d'équilibre sur ces étages coïncident

$$X_{B,N} = X_{B,N'}$$

$$X_{C,N} = X_{C,N'}$$



- On trace les variations n vs (X_B ou X_C) et n' vs (X_B ou X_C)
- Par essai et erreur on trouve les valeurs de N et N' pertinentes.



Extraction avec section de lavage:

- Si l'alimentation est une solution aqueuse de B et C
- et qu'on utilise comme deuxième solvant D, l'eau pure,
- la section comprise entre l'alimentation et la sortie A est appelée section de lavage.

