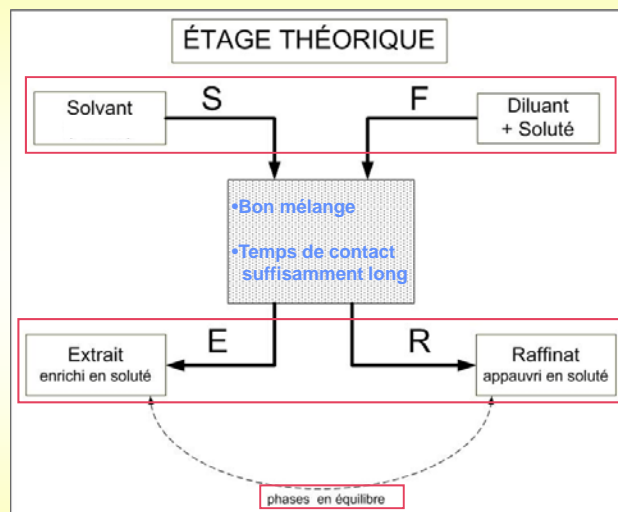


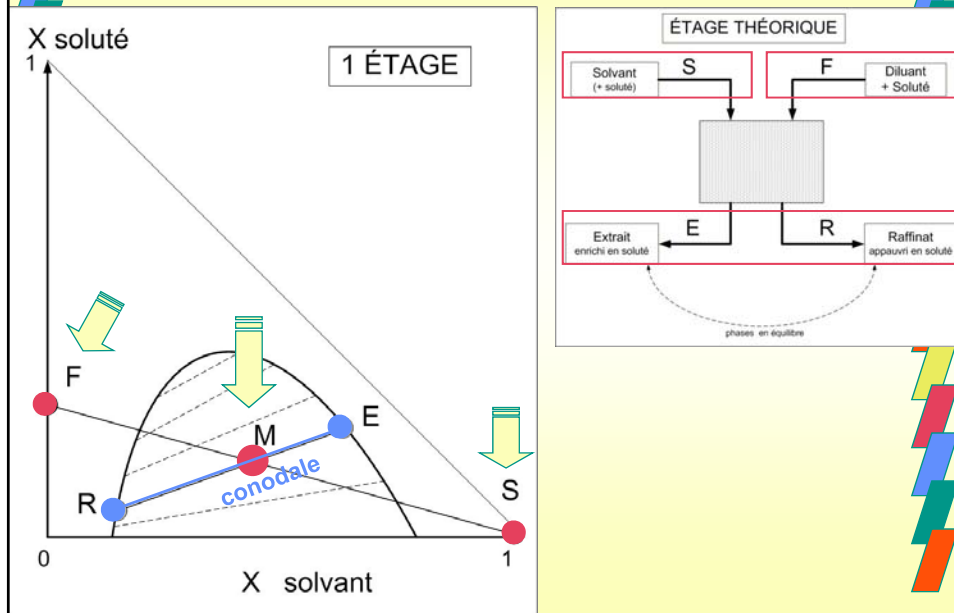
Chapitre 10

Utilisation des diagrammes ternaires à la détermination du nombre d'étages théoriques

10.1 Étage théorique



10.1 Étage théorique (suite)



Le bilan matière total: $F + S = M = E + R$ [10.1]

et les bilans matières partiels sur le solvant ($k=i$) et sur le soluté ($k=j$)

$$Fx_F^k + Sx_S^k = Mx_M^k = Ex_E^k + Rx_R^k \quad [10.2]$$

$$R = M - E \Rightarrow Mx_M^k = Ex_E^k + (M - E)x_R^k \Rightarrow E(x_E^k - x_R^k) = M(x_M^k - x_R^k)$$

$$E = M - R \Rightarrow Mx_M^k = (M - R)x_E^k + Rx_R^k \Rightarrow R(x_R^k - x_E^k) = M(x_M^k - x_E^k)$$

$$\Rightarrow \frac{E(x_E^k - x_R^k)}{R(x_R^k - x_E^k)} = \frac{M(x_M^k - x_R^k)}{M(x_M^k - x_E^k)} \Rightarrow \frac{E}{R} = \frac{(x_M^k - x_R^k)(x_R^k - x_E^k)}{(x_M^k - x_E^k)(x_E^k - x_R^k)} = \frac{(x_M^k - x_R^k)}{(x_E^k - x_M^k)}$$

Sur le diagramme rectangle de coordonnées (x^i, x^j)

$$\frac{E}{R} = \frac{x_M^k - x_R^k}{x_E^k - x_M^k} = \frac{MR}{ME} \quad [10.3]$$

En utilisant: $Fx_F^k + Sx_S^k = Mx_M^k$

on peut démontrer que

$$\frac{E}{R} = \frac{x_M^k - x_R^k}{x_E^k - x_M^k} = \frac{MR}{ME} \quad [10.3]$$

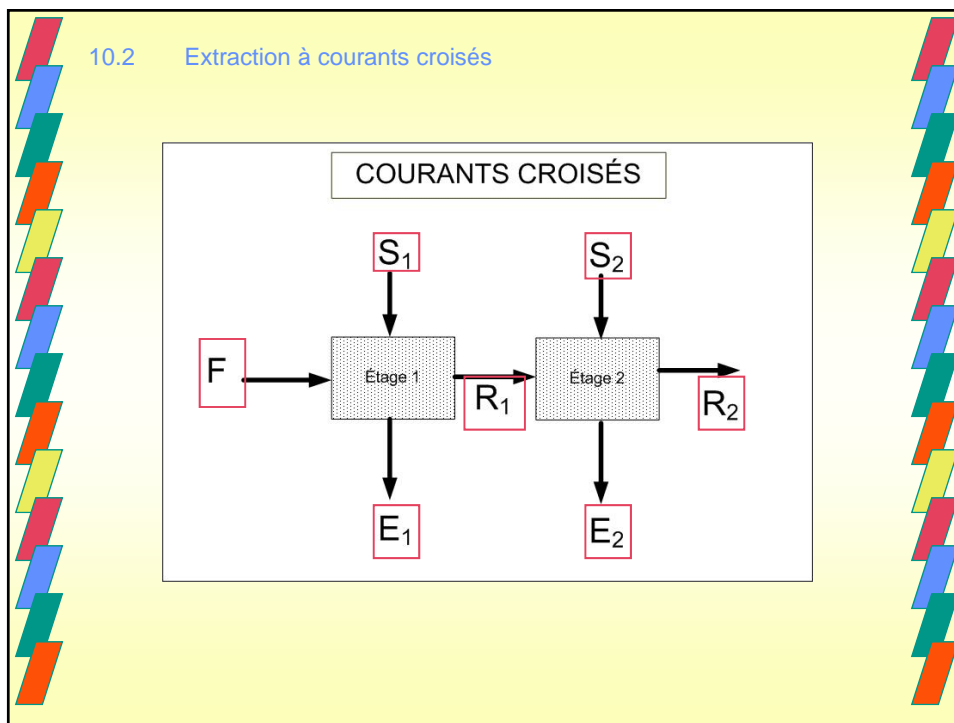
pour $k=i$ et $k=j$, les axes du diagramme rectangle

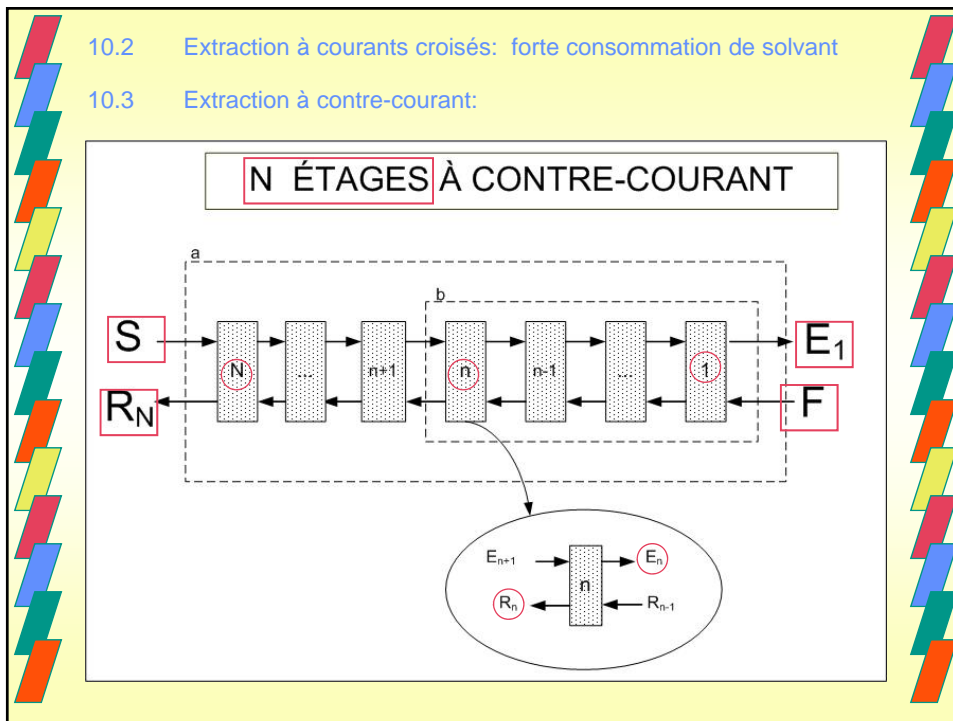
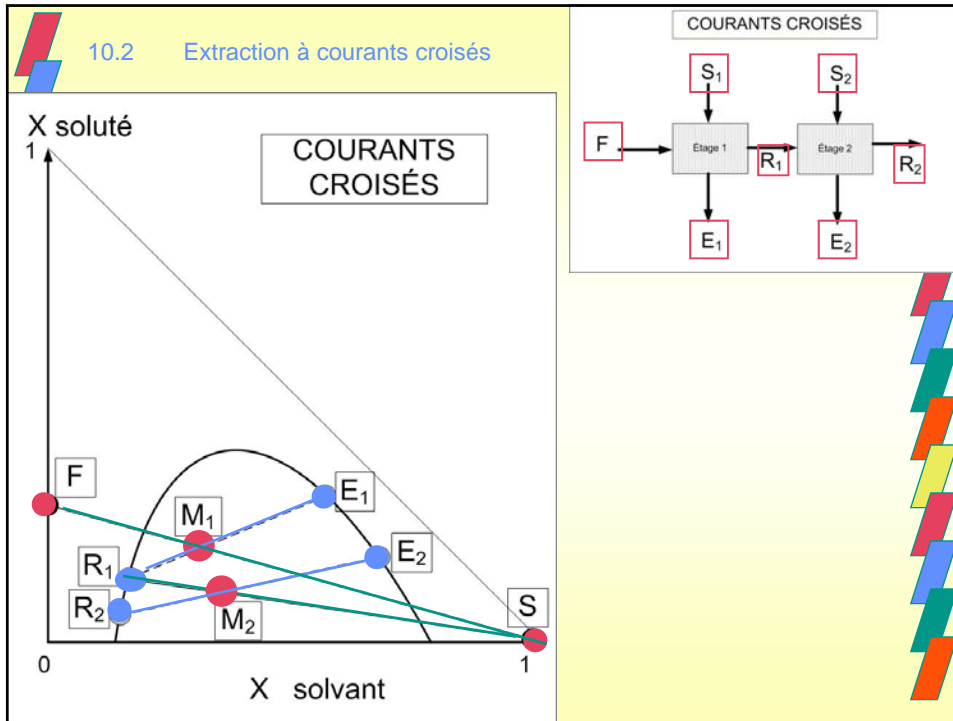
$$\frac{x_M^i - x_R^i}{x_E^i - x_M^i} = \frac{x_M^j - x_R^j}{x_E^j - x_M^j} \Rightarrow \frac{x_E^j - x_M^j}{x_E^i - x_M^i} = \frac{x_M^j - x_R^j}{x_M^i - x_R^i}$$

- Le membre de gauche correspond à la pente de la droite EM alors que le membre de droite correspond à la pente de la droite MR.
- Deux droites de même pente qui passent par un point commun (M) sont donc confondues.

Les points E,R,M sont alignés.

De même, avec l'équation 10.4, on démontre que **F,S,M sont alignés.**

$$\frac{F}{S} = \frac{x_M^k - x_S^k}{x_F^k - x_M^k} = \frac{MS}{MF} \quad [10.4]$$




10.3 Extraction à contre-courant (suite)

Les bilans matières (partiel et total) sur l'ensemble:

$$F + S = R_N + E_1$$

$$\Rightarrow F - E_1 = R_N - S = P$$

$$Fx_F^k + Sx_S^k = R_N x_{R,N}^k + E_1 x_{E,1}^k$$

valable pour $k=i$ (titre en solvant) et pour $k=j$ (titre en soluté)

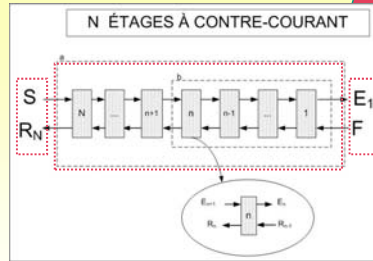
$$Fx_F^k - E_1 x_{E,1}^k = R_N x_{R,N}^k - Sx_S^k = Px_P^k \quad [10.8]$$

Équ.10.8 définit ainsi un point P du diagramme de coordonnées (x_p^i, x_p^j)

Reprenons les équations de bilans en faisant intervenir P:

$$F = E_1 + P \quad Fx_F^k = E_1 x_{E,1}^k + Px_P^k \quad [10.9]$$

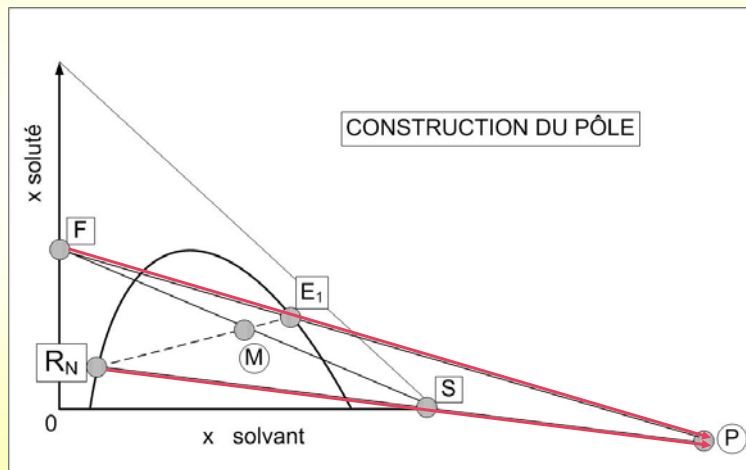
$$R_N = S + P \quad R_N x_{R,N}^k = Sx_S^k + Px_P^k \quad [10.10]$$



• Les équations 10.9 (ou 10.10) sont similaires à 10.1 et 10.2:

- les points F, E₁, P sont alignés
- les points R_N, S, P sont alignés.

• L'intersection des droites FE₁ et R_NS permet donc de positionner facilement le point P qui est appelé le **pôle**.



Bilans entre les étages 1 et n

$$F + E_{n+1} = E_1 + R_n$$

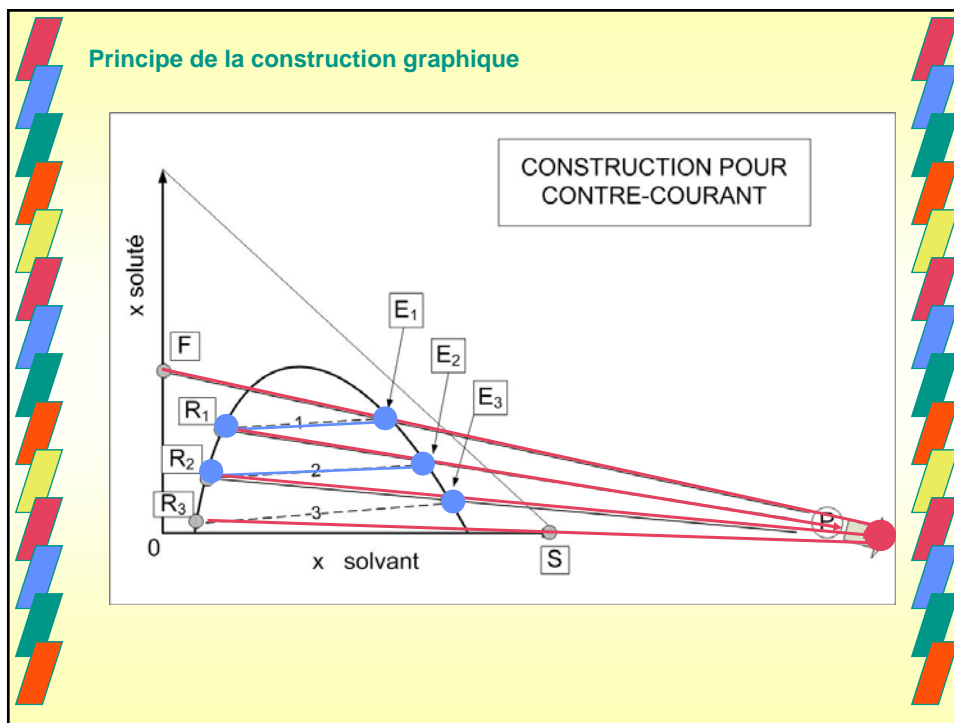
$$\Rightarrow R_n - E_{n+1} = F - E_1 = P$$

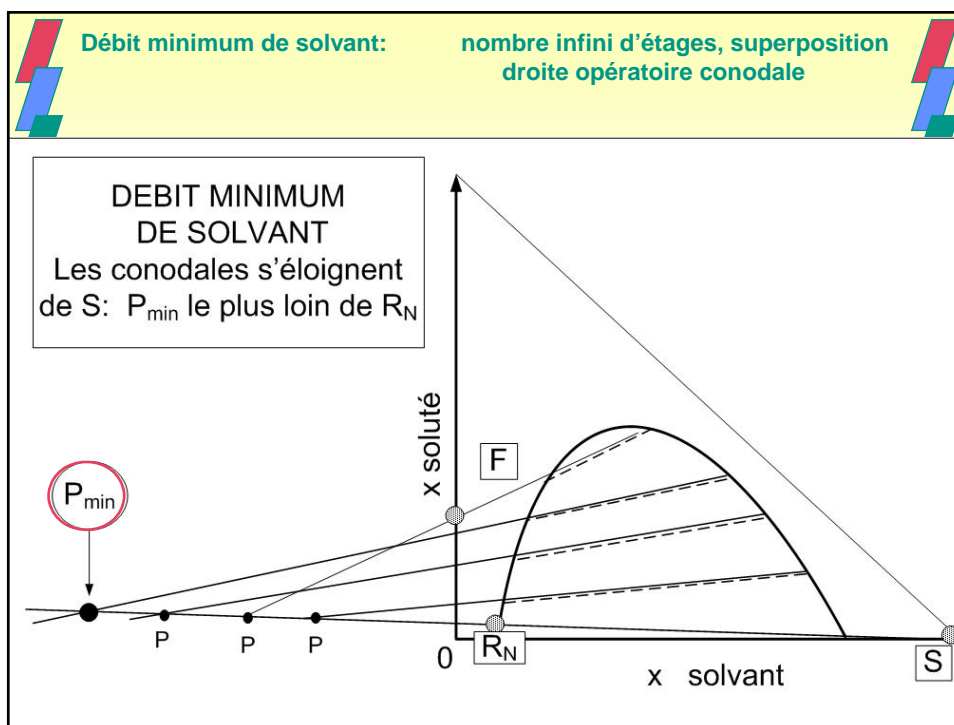
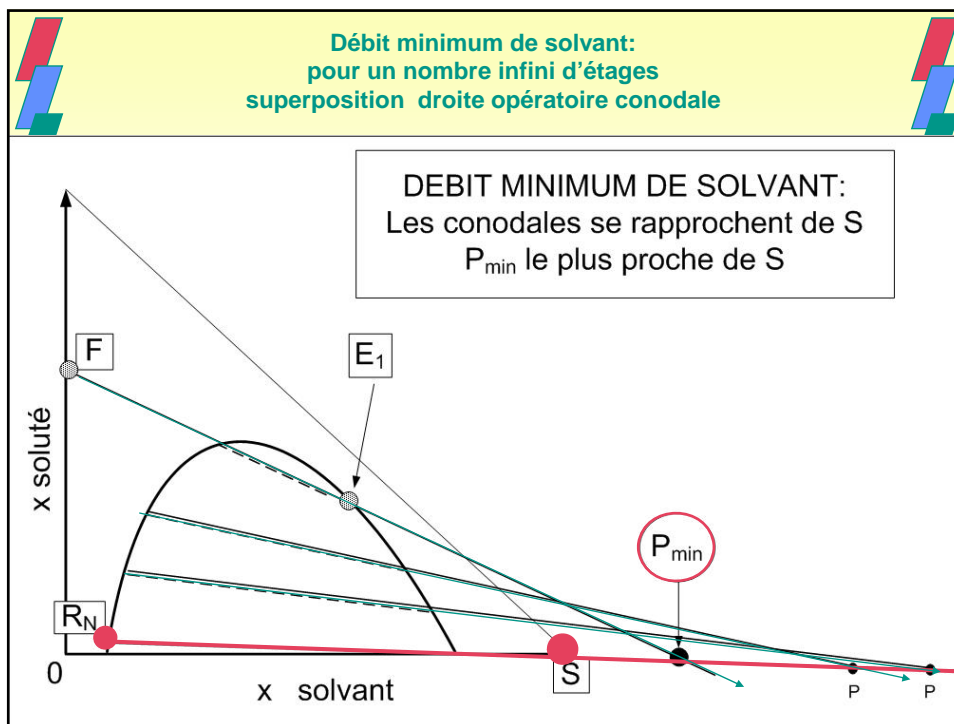
$$Fx_F^k + E_{n+1}x_{E,n+1}^k = E_1x_{E,1}^k + R_nx_n^k$$

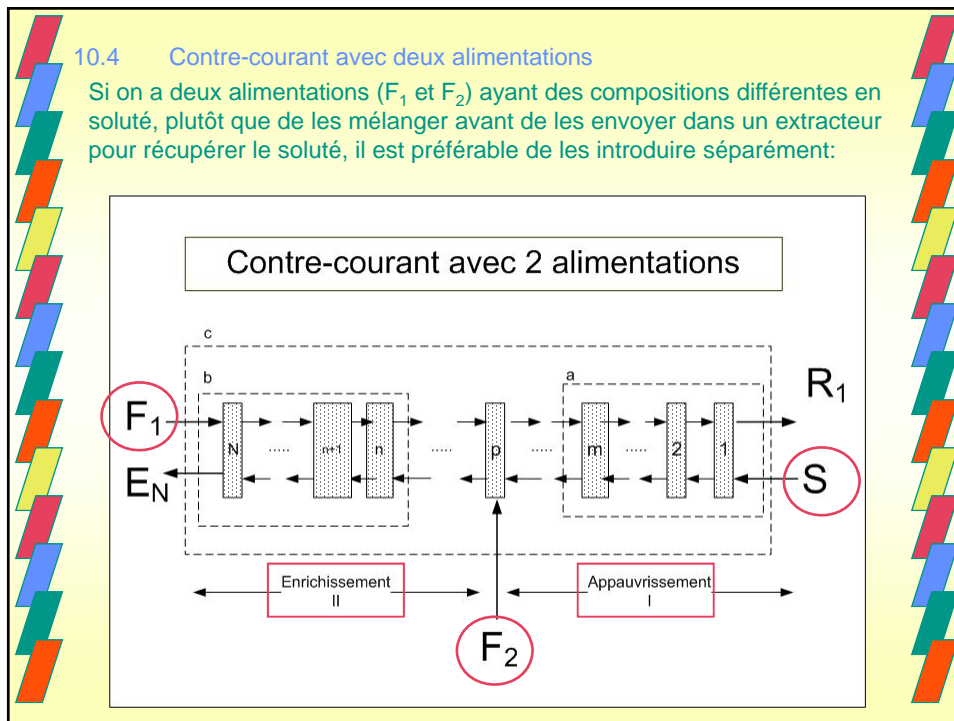
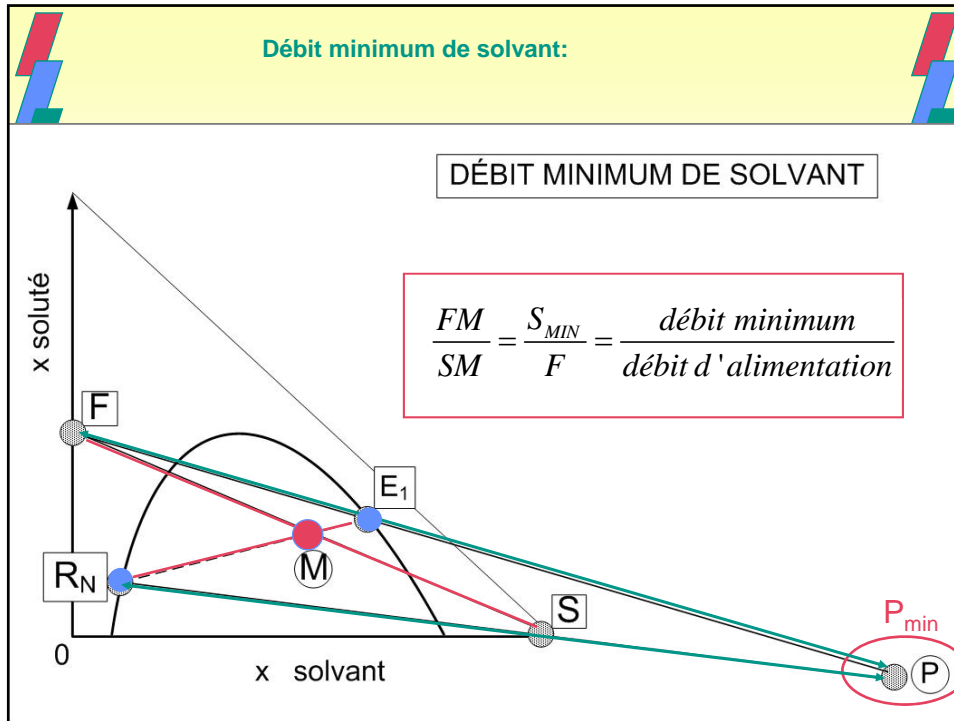
$$R_nx_n^k - E_{n+1}x_{E,n+1}^k = Fx_F^k - E_1x_{E,1}^k = Px_P^k$$

N ÉTAGES À CONTRE-COURANT

- Les points: R_n , E_{n+1} et P sont alignés.
- R_n et E_{n+1} correspondent aux courants qui se croisent entre 2 étages.
- La droite R_nE_{n+1} s'appelle la droite opératoire
- Toutes les droites opératoires passent par le pôle P .







Bilans matières sur l'enveloppe (a): étages 1 à m

$$S + R_{m+1} = R_1 + E_m$$

$$\Rightarrow R_{m+1} - E_m = R_1 - S = P_I$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{m+1} = P_I + E_m} \quad \boxed{R_1 = P_I + S} \quad [10.13]$$

$$\boxed{R_{m+1} x_{R,m+1}^k = P_I x_{P_I}^k + E_m x_{E,m}^k} \quad [10.14]$$

$$\boxed{R_1 x_{R,1}^k = P_I x_{P_I}^k + S x_S^k}$$

Les équations 10.13 à 10.14 indiquent donc que les courants qui se croisent:

- R_{m+1} et E_m sont alignés avec le pôle P_I .
- R_1 et S sont alignés avec le pôle P_I .

Bilans matières sur l'enveloppe (b): étages n à N

$$F_1 + E_{n-1} = E_N + R_n$$

$$\Rightarrow R_n - E_{n-1} = F_1 - E_N = P_{II}$$

$$R_n = P_{II} + E_{n-1} \quad F_1 = P_{II} + E_N \quad [10.15]$$

$$R_n x_{R,n}^k = P_{II} x_{P_{II}}^k + E_{n-1} x_{E,n-1}^k$$

$$F_1 x_{F_1}^k = P_{II} x_{P_{II}}^k + E_N x_{E,N}^k \quad [10.16]$$

Les équations 10.15 et 10.16 indiquent donc que les courants qui se croisent

- R_n et E_{n-1} sont alignés avec le pôle P_{II} .
- F_1 et E_N sont alignés avec le pôle P_{II} .

Bilans matières sur l'enveloppe (c): étages 1 à N

$$F_1 + F_2 + S = E_N + R_1$$

$$\Rightarrow (F_1 - E_N) + F_2 = (R_1 - S)$$

$$\Rightarrow P_{II} + F_2 = P_I$$

$$x_{P_{II}}^k P_{II} + x_{F_2}^k F_2 = x_{P_I}^k P_I \Rightarrow (P_I, P_{II}, F_2) \text{ sont alignés}$$

On a aussi $F_1 + F_2 + S = M = E_N + R_1$

$$M x_M^k = E_N x_{E,N}^k + R_1 x_{R,1}^k \Rightarrow (M, R_1, E_N) \text{ sont alignés.}$$

Et finalement $(F_1 + F_2) + S = E_N + R_1 \Rightarrow F_T = (R_1 - S) + E_N = P_I + E_N$

$$F_T x_{F_T}^k = P_I x_{P_I}^k + E_N x_{E,N}^k \Rightarrow (F_T, P_I, E_N) \text{ sont alignés.}$$

Pour la construction graphique, on utilisera donc les deux pôles P_I , P_{II} , le point de mélange du système M et le point correspondant au mélange des deux alimentations F_T . La construction graphique avec 2 alimentations est donc la suivante:

a) Position des pôles:

- P_I :
 - on place $F_T = F_1 + F_2$
 - on place M , on trouve R_1 (ou E_N)
 - P_I est à l'intersection des droites $R_1 S$ et $F_T E_N$
- P_{II} - P_{II} est à l'intersection des droites $E_N F_1$ et $P_I F_2$

b) Construction pour le nombre d'étages:

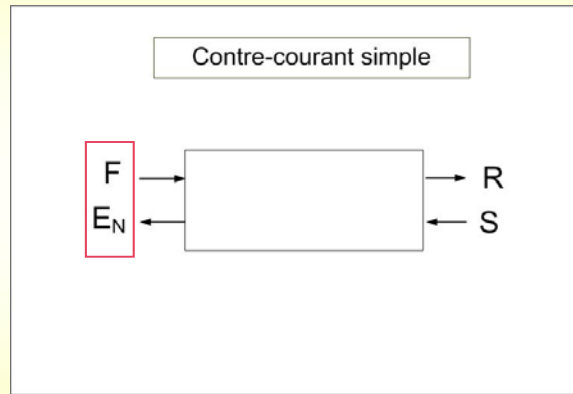
- pour la zone I, utilisation du pôle P_I
- pour la zone II, utilisation du pôle P_{II}
- on change de pôle quand la conodale traverse la droite $P_I, P_{II} F_2$; cette conodale correspond au plateau optimal d'alimentation de F_2 .

Pour placer les pôles, on peut aussi utiliser la règle des bras de levier:

$$\frac{R_1}{S} = \frac{P_I S}{P_I R_1} \quad \text{et} \quad \frac{F_1}{E_N} = \frac{P_{II} E_N}{P_{II} F_1}$$

10.5 Contre-courant avec reflux d'extrait

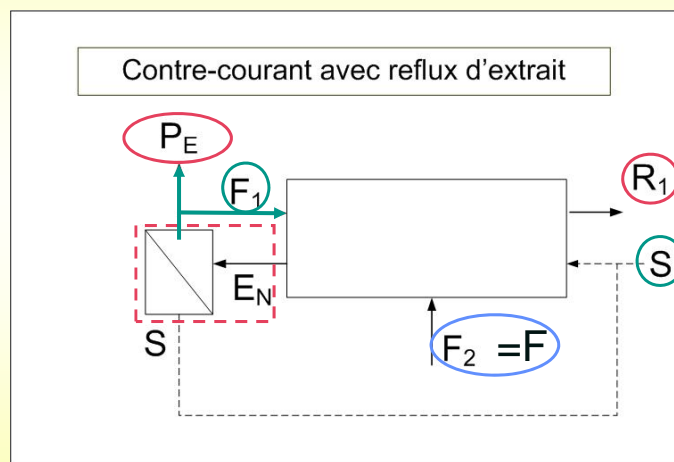
Le contre-courant simple a une limitation thermodynamique: la concentration en soluté dans l'extrait ne pourra pas dépasser la valeur en équilibre avec l'alimentation.



Afin d'obtenir une phase extraite plus riche en soluté, on utilise le reflux d'extrait: on retourne dans la colonne un mélange (F_1) soluté-diluant plus riche que l'alimentation initiale.

10.5 Contre-courant avec reflux d'extrait

Ce mélange (F_1) est obtenu après séparation du solvant (par distillation par exemple) du courant d'extrait E_N . La construction dans ce cas est similaire à celle vue précédemment pour deux alimentations

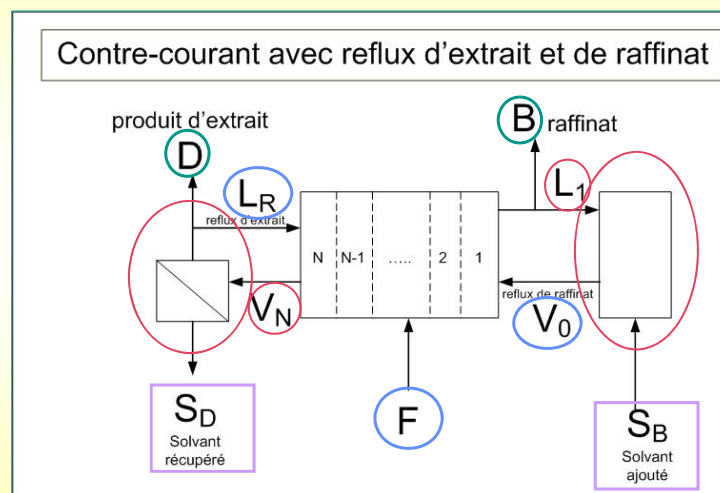


10.6 Contre-courant avec reflux d'extrait et de raffinat:
diagramme de Janecke

- Reflux de raffinat rare mais intéressant pour l'analogie avec la distillation: diagramme de Janecke vs Ponchon Savarit.
- En distillation, en pied de colonne, on ajoute de la chaleur au bouilleur (pour produire une vapeur) et en tête, on condense (chaleur récupérée) afin d'obtenir le distillat et de retourner le reflux.
- En extraction, en pied on ajoute du solvant (pour créer la formation de la deuxième phase) et en tête on sépare le solvant pour récupérer le produit d'extrait et retourner le reflux (riche en soluté).
- Sur le diagramme de Janecke, l'ordonnée Z_j qui est reliée à la quantité de solvant est analogue à l'enthalpie.

$$X_j = \left[\frac{\text{soluté}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Raffinat}} \quad Y_j = \left[\frac{\text{soluté}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Extrait}} \quad Z_j = \left[\frac{\text{solvant}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Extrait ou Raffinat}}$$

10.6 Contre-courant avec reflux d'extrait et de raffinat:
diagramme de Janecke



On garde des notations similaires à celles utilisées en distillation:

B	raffinat	(débit en kg/hr, solvant non-compris)
D	produit d'extrait	(débit en kg/hr, solvant non-compris)
F	alimentation	(débit en kg/hr, solvant non-compris)
S_D	solvant récupéré en tête	(débit en kg/hr)
S_B	solvant ajouté en pied	(débit en kg/hr)
L	courant de raffinat	(débit en kg/hr, solvant non-compris)
V	courant d'extrait	(débit en kg/hr, solvant non-compris)
X	(soluté)/(soluté + diluant)	en phase raffinat
Y	(soluté)/(soluté + diluant)	en phase extraite
Z	(solvant)/(soluté + diluant)	(en phases raffinat ou extraite)

$$X_J = \left[\frac{\text{soluté}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Raffinat}} \quad Y_J = \left[\frac{\text{soluté}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Extrait}} \quad Z_J = \left[\frac{\text{solvant}}{\text{soluté} + \text{diluant}} \right]_{\text{Extrait ou Raffinat}}$$

Construction pour diagramme de Janecke

Section de la colonne	Segments	Signification
enrichissement	P'D	solvant récupéré en tête (en kg de S_D par kg de D)
enrichissement	CP'/EP'	L/V entre deux 2 étages
enrichissement	$V_N P' / DP'$	L/V en tête de colonne
enrichissement	$V_N P' / V_N D$	L/D en tête de colonne
épuisement	P''B	solvant ajouté en pied (en kg de S_B par kg de B)
épuisement	MP''/KP''	\bar{L}/V entre deux 2 étages
épuisement	MP''/MK	\bar{L}/B en pied de colonne